ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

УДК 530.145

АНАНИКЯН НЕРСЕС СИРЕКАНОВИЧ

ЭФФЕКТИВНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ С ИНВАРИАНТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

01.04.02 – Теоретическая и математическая физика

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Ереван – 1983

Работа выполнена в Ереванском физическом институте.

Научные руководители: член-корр. АН Арм. ССР, доктор физико-математических наук, профессор МАТИНЯН С.Г., кандидат физико-математических наук САВВИДИ Г.К.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук ЛИПАТОВ Л.Н. (Ленинградский институт ядерной физики им. Б.П.Константинова АН СССР), кандидат физико-математических наук ФАТЕЕВ В.А. (Институт теоретической физики им. Ландау АН СССР)

Ведущая организация: Ленинградский государственный университет

Защита состоится " 16 " XII 1983 г. в 14.00 часов на заседании Специализированного Совета Д034.03.01 по присуждению ученой степени доктора физико-математических наук при Ереванском физическом институте (375036, г. Ереван, ул. Маркаряна 2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЕрФИ.

Автореферат разослан " 11 " XI 1983 г.

Ученый секретарь
Специализированного Совета
кандидат физико-математических наук В.А.Шахбазян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В основе современных моделей, описывающих электрослабые и сильные взаимодействия, лежит один и тот же принцип локальной калибровочной инвариантности. Поэтому детальное изучение свойств теории калибровочных полей, являющихся неотъемлемой частью принципа локальной симметрии, представляет определенный интерес. Для физики элементарных частиц особенно важны свойства неабелевых калибровочных полей. Известно, что на малых расстояниях эти поля асимптотически свободны, то есть эффективная константа взаимодействия уменьшается с уменьшением расстояния. С другой стороны, на расстояниях порядка адронных эффективная константа становится большой. Поэтому спектр масс адронов не может быть объяснен при помощи теории возмущений. Наличие областей с сильной константой связи приводит к существенной перестройке вакуума неабелевых калибровочных теорий по сравнению с теоретико-возмущенческим вакуумом. Эта перестройка связана с сильными вакуумными флуктуациями, приводящими к образованию различных аномалий (ненулевых вакуумных средних). При этом только калибровочно-инвариантные аномалии имеют физический смысл и могут быть использованы для описания спектра адронных состояний. Примером такой аномалии служит глюонный конденсат $S =$

$=\langle G^{\alpha}_{\mu\nu} G^{\alpha}_{\mu\nu} \rangle$, нарушающий масштабную инвариантность. Поскольку наиболее последовательным и удобным подходом для изучения вопросов, связанных с нарушением симметрий, нахождения аномальных решений и фазовых переходов теории является вариационный, из сказанного выше следует,что для неабелевых калибровочных теорий необходимо в вариационном подходе конструировать такие потенциалы, которые явно зависели бы от калибровочно-инвариантных комбинаций полей и,в частности,от среднего значения классического действия $S=\langle G^{\alpha}_{\mu\nu} G^{\alpha}_{\mu\nu} \rangle$, отличие от нуля которого свидетельствует о наличии вакуумного состояния, лежащего ниже теоретико-возмущенческого.

<u>Цель работы</u>. Основной целью работы является построение эффективных потенциалов в квантовой теории поля, зависящих от калибровочно- и лоренцинвариантных параметров, изучение свойств таких потенциалов и их применение для исследования нелинейных теорий.

<u>Новизна результатов, их научная и практическая ценность</u>. В работе впервые сформулирован вариационный подход к задачам квантовой теории поля, в котором в качестве независимых переменных наряду с n -точечными функциями Грина служат явно лоренц- и калибровочно-инвариантные величины:

I. В эффективные потенциалы квантовой теории поля введена в качестве независимой переменной лоренц- и калибровочно-инвариантная скалярная величина - вакуумное среднее от классического действия S.

2. При помощи преобразования Лежандра второго порядка построен эффективный потенциал $\Gamma(\varphi, S)$, зависящий от

одноточечной функции Грина φ и вакуумного среднего классического действия S.

3. Доказано, что имеется конденсация действия ($S \neq 0$) в вакууме только в теориях, у которых эффективный потенциал $\Gamma(\varphi)$ имеет нетривиальную точку стационарности ($\varphi \neq 0$).

4. Впервые в квантовой теории поля сделано преобразование Лежандра по скалярной величине S, которое можно рассматривать как преобразование Лежандра по константе связи.

5. Приведены полные системы уравнений для нелинейных теорий третьего и четвертого порядка, определяющие эффективные потенциалы $\Gamma(\varphi, G, S)$ и $\Gamma(\varphi, G, H, S)$, зависящие от одно (φ)-, двух (G)-, трехточечных (H) функций Грина и параметра S.

6. Построены итерационными методами потенциалы $\Gamma(\varphi, G, S)$ и $\Gamma(\varphi, G, H, S)$ для нелинейных квантовополевых моделей третьего и четвертого порядка.

7. Проведено $1/N$ - разложение в модели Гросса-Невье при помощи потенциала $\Gamma(\varphi, G, H, S)$. Вычислена величина конденсации действия в рамках $1/N$ разложения.

8. Используя уравнения, определяющие эффективные потенциалы $\Gamma(\varphi, G, S)$ и $\Gamma(\varphi, G, H, S)$, предложен новый метод суммирования бесконечной совокупности диаграмм.

9. Преимущества нового метода суммирования продемонстрированы на примере ангармонического осциллятора.

Полученные результаты могут быть применены при теоретическом исследовании полиномиально-нелинейных квантовополевых моделей. Особенно ценными они могут быть при изучении суперсимметричных теорий. Развитый в работе метод суммирования может быть успешно применен в различных задачах статистической физики и квантовой теории поля.

<u>На защиту выносятся следующие основные результаты</u>:

I. Разработана методика высших преобразований Лежандра, в которых наряду с n -точечными функциями Грина в качестве независимой переменной введена лоренц- и калибровочно-инвариантная скалярная величина - вакуумное среднее от классического действия S.

2. Построен эффективный потенциал $\Gamma(\varphi, S)$, зависящий от среднего значения поля и параметра S. Показано, что параметр S отличен от нуля в основном состоянии только в случае, если уравнение стационарности для обычного потенциала $\Gamma(\varphi)$ имеет нетривиальное решение.

3. Доказано, что преобразование Лежандра по скалярной величине S может быть рассмотрено как преобразование Лежандра по константе связи.

4. Выведены полные системы уравнений, определяющие эффективные потенциалы, зависящие от вакуумного среднего классического действия S и одно (φ)-, двух (G)-, трехточечных (H)функций Грина для нелинейных полиномиальных теорий.

5. В нелинейных теориях третьего порядка вычислен потенциал $\Gamma(\varphi, G, S)$. В нелинейных теориях четвертого порядка вычислен потенциал $\Gamma(\varphi, G, H, S)$. Исследован вопрос о свойствах n -неприводимости этих потенциалов.

6. При помощи потенциала $\Gamma(\varphi, G, H, S)$ исследована модель Гросса-Невье. Показано, что имеет место конденсация

действия, то есть нетривиальность вакуума теории. Этот факт является общим для асимптотически свободных теорий.

7. Предложен новый метод суммирования бесконечной совокупности диаграмм, основанный на преобразовании Лежандра по скалярному параметру S. Преимущества этого метода суммирования демонстрируются на примере ангармонического осциллятора.

<u>Апробация работы</u>. Основные результаты диссертации были доложены на сессиях Отделения ядерной физики АН СССР (I980, I98I г.г.), на конференциях молодых ученых ЕрФИ, представлены на XX Международную конференцию по физике высоких энергий (США, Медисон, I980 г.), обсуждались на теоретических семинарах ЕрФИ.

<u>Публикации</u>. По материалам работы опубликовано 6 статей.

<u>Объем работы</u>. Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения, содержит 92 страницы машинописного текста, включая I рисунок, I таблицу и список цитируемой литературы из 94 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

<u>Во введении</u> обсуждается актуальность вариационной формулировки квантовой теории поля с параметром $S=\langle G^{\alpha}_{\mu\nu} G^{\alpha}_{\mu\nu}\rangle$, дается обзор работ, связанных с этим вопросом. Формулируется основная цель работы и приводится краткое содержание.

<u>Первая глава</u> посвящена исследованию потенциала $\Gamma(\varphi, S)$, зависящего от вакуумного среднего поля φ и вакуумного

среднего классического действия $S=\langle S_{кл}(\varphi)\rangle$. С этой целью в производящий функционал теории $\mathcal{Z}$ наряду с обычным источником поля $\mathcal{J}$ вводится скалярный источник L , генерирующий классическое действие системы, т.е. $\mathcal{Z}_L=\langle S_{кл}(\varphi)\rangle$ Сделано преобразование Лежандра второго порядка. При этом от независимых переменных $\mathcal{J}$ и L осуществлен переход к независимым переменным φ и S по правилу

$$\Gamma(\varphi, S) = \mathcal{Z} - \mathcal{J}\varphi - LS \qquad (I)$$

Для потенциала $\Gamma(\varphi, S)$ выводится полная система уравнений, с использованием которых итерационным методом строится потенциал

Чтобы получить конечные матричные элементы из производящего функционала $\mathcal{Z}(\mathcal{J},L)$, исключаются все вакуумные диаграммы с помощью дополнительного нормировочного множителя, зависящего от L . После такой перенормировки при помощи потенциала $\Gamma(\varphi, S)$ исследуется вакуум теории. Оказывается, что в перенормируемых теориях ненулевое вакуумное среднее S может возникнуть только в том случае, когда имеется нетривиальное решение уравнения Γ_φ = 0 для потенциала Γ_φ , зависящего только от среднего значения поля.

<u>Во второй главе</u> приведена общая схема высших преобразований Лежандра со скалярным параметром S . Обсуждается вариационный подход к исследованию нелинейных теорий поля, его свойства и преимущества, определяется потенциал $\Gamma(\varphi, G, S)$, зависящий от одно (φ)-, двух (G)- точечных функций Грина и вакуумного среднего значения S . Такой потенциал удобен для исследования нелинейных теорий третьего

порядка. Он может быть получен из производящего функционала

$$\exp\left[\frac{i}{\hbar}\mathcal{Z}(\mathcal{J},K,L)\right] = $$
$$= N^{-1}\int \mathcal{D}\varphi \exp\frac{i}{\hbar}\left\{S(\varphi)+\mathcal{J}\varphi+\frac{1}{2}K\varphi\varphi+LS(\varphi)\right\} \qquad (2)$$

при помощи преобразования Лежандра третьего порядка

$$\Gamma(\varphi, G, S) = \mathcal{Z} - \mathcal{J}\varphi - \frac{1}{2}K\varphi\varphi - LS \qquad (3)$$

Потенциал $\Gamma(\varphi, G, S)$ обладает рядом замечательных свойств. Уравнение Швингера для $\Gamma(\varphi, G, S)$ является линейным в нелинейных теориях третьего порядка. Для него легко можно вывести уравнения связи и свернутое уравнение Швингера. Решая уравнения стационарности для $\Gamma(\varphi, G, S)$

$$\Gamma_\varphi = 0 \qquad \Gamma_G = 0$$
$$\Gamma_S = 0, \qquad (4)$$

можно находить аномальные решения, соответствующие различным фазам теории. По заданному потенциалу Γ можно вычислить и энергию основного состояния. Для этого необходимо найти точки стационарности из (4). Назовем их φ_{vac} , G_{vac} , S_{vac} . Если g - константа взаимодействия, то разность энергий между вакуумными состояниями полной ($g \neq 0$) и свободной (g = 0) теориями вычисляется по формуле

$$-\mathcal{E}(g)\int dt =$$
$$= \Gamma(\varphi=\varphi_{vac}, G=G_{vac}, S=S_{vac}) - \frac{i\hbar}{2}\,tr\,\hat{1} - \frac{\hbar}{2i}\,tr\ln\mathcal{D} \qquad (5)$$

где $\mathcal{D}$ – "голый" пропагатор теории.

Для исследования нелинейных систем четвертого порядка более удобен потенциал $\Gamma(\varphi, G, H, S)$, который зависит и от трехточечной (H)-функции Грина. Такой потенциал может быть получен после преобразования Лежандра четвертого порядка:

$$\Gamma(\varphi, G, H, S) = \mathcal{Z} - \mathcal{J}\varphi - \frac{1}{2}K\varphi\varphi - \frac{\hbar}{2}KG - \frac{1}{3!}M\varphi\varphi\varphi - \frac{\hbar}{3!}MG\varphi - \frac{\hbar^2}{3!}MH - LS \,, \tag{6}$$

где M – источник, генерирующий трехточечную функцию Грина.

Выводится полная система уравнений для потенциала $\Gamma(\varphi, G, H, S)$. При этом уравнение Швингера в случае нелинейных теорий четвертого порядка является линейным.

<u>В третьей главе</u> на основе уравнений, полученных в предыдущих главах для потенциала $\Gamma(\varphi, G, S)$, предложена итерационная процедура для построения $\Gamma(\varphi, G, S)$ в случае нелинейных теорий третьего порядка.

Используя тот факт, что уравнения Швингера являются линейными, показано, что эффективный потенциал $\Gamma(\varphi, G, S)$ зависит от инвариантной величины

$$\tilde{S} = S - S(\varphi) - \frac{i\hbar}{2}\Delta^{-1}(x,y|\varphi)\, G(x,y) \tag{7}$$

($\Delta^{-1}(x,y|\varphi)$ – пропагатор во внешнем поле φ) и комбинации переменных $\tilde{S}^2/G^3$. Таким образом, общее решение для системы уравнений, определяющей потенциал $\Gamma(\varphi, G, S)$ можно представить в виде

$$\Gamma = S + F(\tilde{S}^2/G^3) \tag{8}$$

Для функционала F получено простое уравнение

$$F' = -\frac{1}{\hbar}\left(\frac{3!}{g\hbar}\right)^2 \frac{\tilde{S}^2}{3\,\mathrm{tr}\,GQ^{-1}} \tag{9}$$

где $Q = F'_G F''^{-1} F'_G - F_{GG}$

Решение уравнения (9) получено в виде ряда по $\tilde{S}$

$$\Gamma = S + \frac{\hbar}{2i}\,\mathrm{tr}\ln G + \frac{i}{12}\left(\frac{3!}{g\hbar}\right)^2 \tilde{S}^2 \Big/$$  $$+ \frac{i}{24\hbar}\left(\frac{3!\,\tilde{S}}{g\hbar}\right)^4$$  /  (10)

Каждой линии в диаграммах (10) соответствует полный пропагатор теории G.

Доказано, что преобразование Лежандра со скалярным параметром S можно свести к преобразованию Лежандра по константе связи g, т.е. рассматривать g как источник в производящем функционале $\mathcal{Z}$.

Показано, что при итерационном построении потенциала $\Gamma(\varphi, G, S)$ по числу линий он обладает свойством 2-неприводимости, понимаемом в следующем смысле: только 2-неприводимые диаграммы содержатся в разложении потенциала $\Gamma(\varphi, G, S)$ (10).

<u>Четвертая глава</u> посвящена исследованию нелинейных систем четвертого порядка при помощи потенциала $\Gamma(\varphi, G, H, S)$. Такой потенциал может быть получен из производящего функционала $\mathcal{Z}$ при помощи преобразования Лежандра четвертого порядка (6).

Используя тот факт, что уравнение Швингера для $\Gamma(\varphi, G, H, S)$ является линейным, доказано, что общее решение системы уравнений, определяющей $\Gamma(\varphi, G, H, S)$, имеет вид

$$\Gamma = S + \frac{\hbar}{2i} \mathrm{tr} \ln G + \Theta(\tilde{S}^2/G^4 ; H^2/G^3), \tag{II}$$

где инвариант $\tilde{S}$ выбран по формуле

$$\tilde{S} = S - S(\varphi) - \frac{i\hbar}{2} \mathcal{D}^{-1} G - g\frac{\hbar}{4} G\varphi^2 - g\frac{\hbar^2}{8} G^2 - g\frac{\hbar^2}{3!} H\varphi \tag{I2}$$

При помощи представления (II) в настоящей главе строится итерационным методом по числу линий эффективный потенциал $\Gamma(\varphi, G, H, S)$ до шестого порядка включительно.

Показано, что построенный таким образом потенциал обладает свойством 3-неприводимости.

Проведено исследование $U(N)$ -симметричной двумерной модели Гросса-Невье, используя построенный ранее потенциал $\Gamma(\varphi, G, H, S)$. В рамках $1/N$ -разложения показано, что в модели Гросса-Невье имеет место конденсация действия S и что основное состояние теории лежит ниже состояния, полученного по теории возмущений. Для энергии основного состояния $\mathcal{E}(g)$ получена формула

$$\mathcal{E}(g) = -g^2 \frac{N}{2} S_{vac} = \frac{\beta(g)}{g} S_{vac} < 0 \tag{I3}$$

где $S_{vac} > 0$ является значение параметра S, вычисленное в основном состоянии ($\Gamma_S = 0$).

Предложен новый метод суммирования бесконечной совокупности диаграмм, который основан на преобразовании Лежандра

по скалярному параметру S. Суть его состоит в том, что суммируются 3-неприводимые диаграммы, имеющие определенный порядок по константе взаимодействия.

Новый метод суммирования применен для вычисления энергии основного состояния простейшей нелинейной теории четвертого порядка - ангармонического осциллятора.

Анализ метода суммирования при применении к ангармоническому осциллятору, приводит к следующим заключениям:

- в отличие от стандартной теории возмущений исчезла осцилляция кривых при переходе от низших порядков к более высоким;

- значительно увеличилась область применимости по константе взаимодействия формул и улучшилась точность результатов;

- наблюдается монотонная сходимость кривых к точной при увеличении порядка приближения.

<u>В заключении</u> сформулированы основные результаты, полученные в диссертации, которые выносятся на защиту.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

I. Ананикян Н.С., Саввиди Г.К. Поляризация вакуума инвариантными источниками. - Ядерная физика, I982, т. 35, вып. 2, с. 464-472.

2. Ананикян Н.С., Саввиди Г.К. Обобщенный эффективный потенциал и его уравнения движения. - Ядерная физика, I980, т. 32, вып. 5(II), с. I439-I445.

3. Ananikyan N.S., Savvidy G.K. The Generalized Effective Potential in Nonlinear Theories of the 4-th Order-Scientific Report of Yerevan Physics Institute EPI-406(13)-80

4. Ананикян Н.С., Саввиди Г.К. Обобщенный эффективный потенциал в нелинейных теориях четвертого порядка. – ТМФ, 1981, т. 49, № 1, с. 26–35.

5. Ананикян Н.С., Балаян Г.Л., Саввиди Г.К. Метод суммирования диаграмм с помощью преобразования Лежандра по скалярному параметру и его применение к ангармоническому осциллятору. – Ядерная физика, 1983, т. 37, вып. 6, с.1572–1578.

6. Ananikyan N.S., Balayan G.L. Summation of Diagrams by Means of Legendre Transformation in Scalar Parameter.Higher Orders.-Scientific Report of Yerevan Physics Institute, EPI-614(4)-83.

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 337 ВФ- 04556 Тираж 170

Формат издания 60х84/16

Подписано к печати 16.10.83г.

Издано Отделом научно-технической информации Ереванского физического института, Ереван 36. Маркаряна 2